

## **CURIOSIDADES MATEMÁTICAS: uma alternativa em recurso didático**

**Guilherme Inácio Lemos Braga<sup>1</sup>**

**Tânia Aparecida Ferreira Hanke<sup>2</sup>**

### **RESUMO**

A matemática é, muitas vezes, a disciplina responsável pelo fracasso escolar e alvo dos maiores problemas no processo de ensino-aprendizagem. Com o intuito de amenizar esses problemas, esta pesquisa vem explorar recursos didáticos para aplicação em sala de aula: as curiosidades sobre o conteúdo é um deles. Partindo das considerações de autores como Fiorentini (1995), Ifrah (2001), Boyer (1996) e registros oficiais dos PCNs (1997), reforçamos a utilização de diferentes métodos como ferramenta na construção do conhecimento matemático. Para completar o estudo, a análise de livros didáticos e provas de olimpíadas de matemática mostram até que ponto as curiosidades são trabalhadas no ensino fundamental regular.

**PALAVRAS-CHAVE:** Curiosidades matemáticas. Ensino-aprendizagem. Recursos didáticos.

### **ABSTRACT**

Mathematics is the discipline often responsible for school failure and target of the biggest problems in the teaching-learning process. In order to relieve these problems, this research explores educational resources which may be used in the classroom: the content's curiosities is one of them. Based on authors such as Fiorentini (1995), Ifrah (2001), Boyer (1996) and official records of the PCNs (1997), the use of different methods as a tool in the construction of mathematical knowledge is reinforced. To complete the study, analysis of textbooks and tests of mathematical olympiads displays to what level the curiosities are exercised in the regular elementary school.

**KEYWORDS:** mathematical curiosities, teaching-learning, educational resources

## **1 INTRODUÇÃO**

---

<sup>1</sup> Licenciado em Matemática pela Faculdade de Pará de Minas - FAPAM. E-mail: [guibraga12@hotmail.com](mailto:guibraga12@hotmail.com)

<sup>2</sup> Docente da Faculdade de Pará de Minas – FAPAM. Mestre em Ensino da Matemática – PUC Minas. E-mail: [taniahanke@hotmail.com](mailto:taniahanke@hotmail.com)

Ensinar matemática vai além da aplicação de regras; é desenvolver o raciocínio lógico, o pensamento crítico e a capacidade de interpretação e argumentação sobre problemas. O papel do educador, portanto, é criar estratégias de motivação para a aprendizagem que desencadeiem a autoconfiança, a atenção e o raciocínio matemático do aluno. As curiosidades numéricas podem ser um recurso eficaz nesse processo.

Há algum tempo, a matemática vem sendo mais bem trabalhada quando comparamos as didáticas abordadas pelos professores – das tradicionais aulas, todas embasadas apenas na fala do professor e tendo quadro e giz como recurso auxiliar, às mais sofisticadas tecnologias de ensino. Hoje, um leque de opções se abre no que diz respeito aos recursos para ensinar matemática.

O material concreto para as noções preliminares de conteúdo, a calculadora, os *softwares* de computador, brincadeiras e jogos educativos são os recursos mais procurados pelo professor. Tais recursos são eficazes, mas nem sempre suficientes para atingir um determinado objetivo.

Para Borin (2004), um recurso como esses nas aulas de matemática:

“Tem papel importante no desenvolvimento de habilidades de raciocínio como organização, atenção e concentração, necessárias para o aprendizado, em especial da Matemática (...) favorece o desenvolvimento da linguagem, criatividade e raciocínio dedutivo”. (BORIN, 2004. p.8)

O propósito desta pesquisa é analisar como e quando as curiosidades matemáticas podem ser usadas para motivar o aluno na aprendizagem, auxiliar na construção do conhecimento matemático e ainda desmistificar a velha ideia de que matemática é decorar, ou “bicho de sete cabeças”; mostrar que aprender matemática é muito mais divertido e interessante do que parece.

Sob um olhar mais particular, nossas experiências durante o período escolar em provas das Olimpíadas de Matemática justificam o trabalho. Diante das dificuldades dos alunos nessas avaliações, até que ponto as curiosidades podem ajudar no aproveitamento não só nesse tipo de avaliação, mas no conteúdo em si?

A aversão à matemática deve-se pela caminhada de insucessos na disciplina. A dificuldade leva ao desinteresse e este leva a um conflito diário e contínuo dos que sofrem com o conteúdo. De acordo com os PCNs:

“O Ensino de Matemática costuma provocar duas sensações contraditórias, tanto por parte de quem ensina como por parte de quem aprende: de um lado, a constatação de que se trata de uma área importante do conhecimento; de outro a insatisfação diante dos resultados negativos obtidos com muita frequência à sua aprendizagem”. (PCN, 1997. p.15).

Tendo em vista esse tipo de problema é que se foram criando alternativas que auxiliassem o professor no seu trabalho, o que implica uma mudança no processo de ensino – tanto na didática

do ensino de matemática, quanto na própria postura do professor. Ele é estimulado e orientado a criar situações que despertem um interesse maior por suas aulas.

Aqui, ressaltamos as curiosidades matemáticas como uma alternativa para essa aprendizagem significativa, já que acreditamos que essas consigam prender a atenção do aluno e despertar nele o interesse pelo estudo.

Para alcançarmos o objetivo desta pesquisa, decidimos nos orientar por uma análise estritamente bibliográfica, a fim de reunir, de forma clara e organizada, todos os dados pertinentes ao assunto, apontando as vantagens de se introduzir esse recurso didático na rotina de uma sala de aula.

Marcone e Lakatos (2001), sobre a pesquisa bibliográfica, assim consideram:

Trata-se de levantamento de toda a bibliografia já publicada, em forma de livros, revistas, publicações avulsas e imprensa escrita. Sua finalidade é colocar o pesquisador em contato direto com tudo aquilo que foi escrito sobre determinado assunto. (MARCONE, M. LAKATOS E. 2001. p.43,44).

Outro estudo ligado às didáticas relacionadas ao ensino de matemática será feito a partir da análise de fontes que expõem métodos diferenciados propostos para sala de aula, como o uso de jogos, desafios e curiosidades sobre o conteúdo.

Com o propósito de quantificar e verificar a abordagem das questões que se enquadram no padrão inicial proposto pela pesquisa àquelas que se fundamentam nas várias curiosidades do conteúdo, foi feita a análise de três coleções de livros didáticos dispostos à escolha de qualquer escola do ensino público. Complementando a bibliografia utilizada para análise, utilizamos uma coleção de provas da OBM (Olimpíada Brasileira de Matemática) e OBMEP (Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas) com o propósito de verificar a abordagem desse tipo de atividade no ensino regular.

Partindo desse princípio, o desenrolar desta pesquisa, em específico, começa na avaliação e interpretação de textos que abordem a evolução histórica, não só da matemática como conteúdo em si, mas do ensino de matemática nos últimos tempos. A construção de todo o conhecimento matemático no processo de ensino também é foco dessa discussão.

## **1.1 SOBRE O ENSINO DA MATEMÁTICA**

O conceito de matemática traz consigo uma bagagem histórica de grandes evoluções e conquistas que contou com as percepções primitivas do homem, ao relacionar quantidades, ao criar

seu próprio sistema de contagem ou ao ser objeto direto na evolução do sistema de numeração – com a criação do zero e toda a base matemática explorada pelos primeiros povos para sanar suas necessidades.

A evolução dos métodos de contar é extensa. “Boa parte do que hoje se chama matemática deriva de ideias que originalmente estavam centradas nos conceitos de número, grandeza e forma”. (BOYER, 2010, p.1). Vem das observações da natureza, percepções entre objetos e quantidades, entre um elemento e um grupo de elementos. Assim nasce a matemática.

Como a sociedade ficou mais complexa, os conhecimentos adquiridos foram se acumulando, sempre para satisfazer necessidades práticas do dia a dia.

No século VI a.C., a Aritmética e a Geometria ganharam seu espaço, e pessoas como os seguidores de Pitágoras, os quais cunharam o termo "matemática" a partir do termo *μάθημα* (*mathema*) do grego antigo, significando, então, "tema do esclarecimento".

Dentre todos os ramos da matemática, a geometria foi quem mais sofreu modificações de uma época para outra.

Na álgebra, o século dezenove demarcou suas características de generalização abstrata e restrições e, mesmo assim, percebia-se que a álgebra não alcançara o rigor da geometria.

A matemática ganhava forma e se reforçava nas descobertas e aperfeiçoamentos do conhecimento em si. Foram inúmeros os colaboradores de peso para que hoje se explorassem todos os segmentos que essa área de estudo envolve – da criação de um sistema de numeração, até as conquistas mais recentes como a Análise e o Cálculo.

A matemática tem sido frequentemente comparada a uma árvore, pois cresce numa estrutura acima da terra que se espalha e ramifica sempre mais, ao passo que ao mesmo tempo suas raízes cada vez mais se aprofundam e alargam, em busca de fundamentos sólidos. (BOYER, 1996, p. 414).

A linguagem matemática permite que todo esse conhecimento seja dissipado pelo mundo. A evolução de toda a matemática pura tem tanta importância no processo de ensino como a história da educação matemática. No Brasil, assim como todas as áreas do conhecimento, ela também sofreu modificações ao longo dos tempos.

Situando, cronologicamente, essa evolução, é importante lembrar a promulgação da primeira legislação nacional para a educação em todo o Brasil – a chamada Reforma Francisco Campos,<sup>3</sup> em 1931. Até essa época, os conteúdos eram trabalhados distintamente em Aritmética, Álgebra,

---

<sup>3</sup>Primeira reforma educacional de caráter nacional, realizada pelo então Ministro da Educação e Saúde Francisco Campos (1931) que deu uma estrutura orgânica ao ensino secundário, comercial e superior, estabelecendo definitivamente o currículo seriado, a frequência obrigatória, o ensino em ciclos.

Geometria e Trigonometria, distribuídas ao longo dos anos de escolarização, conduzidos por professores diferentes e guiados por materiais didáticos também diferentes.

Quando essa Reforma se difundiu, as ideias do movimento modernizador trouxeram consigo mais mudanças. A partir de então, não se distinguiram as disciplinas – os conhecimentos aritméticos, algébricos e geométricos passaram a figurar em uma única, a Matemática.

O movimento da matemática moderna ganhou força nas décadas de 1960 e 1970, provocando uma mudança radical na abordagem dos conteúdos. Ela trouxe uma preocupação em fundamentar e estruturar os conceitos estudados e, a partir da primeira metade da década de 60, aconteceu a publicação dos primeiros livros didáticos fundamentados na nova orientação defendida pelo movimento.

Preocupando-se, assim, a Matemática atual, muito menos com a natureza dos elementos que estuda (números, letras, polinômios, pontos...) e muito mais com o tipo de estrutura que caracteriza as relações existentes entre esses elementos – que aparentemente pareciam não estar subordinados a relação alguma – é fundamental que a Escola Secundária de hoje transmita aos seus jovens alunos as verdadeiras mensagens de que é portadora a chamada Matemática Moderna. (SANGIORGI, 1965, p. 4).

Esse movimento também foi muito criticado, questionando a ênfase da matemática técnica e o abandono das relações matemáticas do cotidiano.

A partir de 1980, um grupo de educadores fundou a Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM) e, a partir de então, começaram a criar propostas que melhorassem o ensino da matemática no país.

Dentre alguns recursos adotados no país, destacamos os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) e o Currículo Básico Comum (CBC), que desde então vem norteando as políticas educacionais, inclusive aquelas relacionadas ao livro didático, e a base de todo o currículo, não só de matemática, em todas as fases de ensino.

Dentre todos os recursos ligados à educação, o CBC é o mais recente deles e é mais uma das evidências das constantes mudanças na educação geral brasileira.

Diante do esboço apresentado sobre a história da matemática e um pequeno relato acerca da evolução de seu ensino no Brasil, é hora de investigar e refletir um pouco sobre o processo de construção desse conhecimento.

Quando o assunto é o ambiente escolar, inúmeros fatores externos devem ser levados em consideração ao se formular uma ideia: fatores culturais, econômicos, históricos, políticos, pedagógicos, etc. – além dos diversos pontos de vista: do professor, do aluno, da comunidade escolar e da própria construção do saber.

A tradicional ideia de que o professor é detentor do conhecimento e de que o aluno é simplesmente reprodutor daquilo que o docente transmite vem sofrendo suas transformações. As tecnologias e toda a informação disponível ao aluno fizeram com que houvesse uma universalização de conhecimentos. Professor e aluno trocam saberes, tirando o aluno da postura passiva de uma sala de aula e colocando-o como parte fundamental do processo de ensino.

Busca-se uma nova escola, onde professor/aluno e aluno/aluno, num processo de interação constante, privilegiam o diálogo, o questionamento, a crítica, a criatividade, o aprender a ser e o aprender a fazer, numa intensa preocupação com a formação integral do homem, promovendo uma relação igualitária entre o pensar e o sentir. (DUARTE, 2004).

Quanto à educação matemática e o processo *professor-aluno-saber matemático*, hoje, há inúmeros estudos feitos sobre essa evolução na busca do ideal a ser adotado.

Fiorentini (1995) descreve algumas categorias para a educação matemática no Brasil: a concepção do modo como se dá a obtenção/produção do conhecimento matemático; as concepções de ensino e de aprendizagem; a relação professor-aluno e a perspectiva de estudo/pesquisa visando à melhoria do ensino da matemática, etc. para, a partir disso, discutir tendências criadas e alimentadas pela prática quotidiana na tentativa do homem de compreender e atuar em seu mundo.

As tendências discutidas por Fiorentini caracterizam o desenrolar da concepção de como se adquirir o conhecimento matemático através dos tempos, cada uma correspondente a uma época e com foco em um aspecto particular.

A tendência formalista clássica é marcada por um ensino estritamente técnico, baseado nas repetições e memorizações rigorosas, e que, na maioria das vezes, era destinada apenas à classe dominante. Às classes menos favorecidas era destinado o ensino de cálculo, e em ambas as situações o professor era personagem central da transmissão do conhecimento. A repetição exaustiva leva à fixação do conteúdo pelo aluno, mas sem nenhum conhecimento matemático fundamentado.

Esses pressupostos didáticos são compatíveis com a concepção platônica, pois se os conhecimentos preexistem e não são construídos ou inventados/produzidos pelo homem, então bastaria ao professor “passar” ou “dar” aos alunos os conteúdos prontos e acabados, que já foram descobertos (...). O papel do aluno nesse contexto seria o de “copiar”, “repetir”, “reter”, e “devolver” nas provas do mesmo modo que “recebeu”. (FIORENTINI, 1995, p.7).

Para combater as ideias formalistas, uma pedagogia empírico-ativista foi criada, com o propósito de mudar a mentalidade do aluno, deixando as técnicas e repetições de lado e centrando o conhecimento na figura do aluno, colocando-o em contato com atividades que o possibilitem

“aprender fazendo”. O professor deixa de ser o principal elemento do ensino e passa a ser facilitador da aprendizagem.

A tendência formalista moderna muda tudo o que havia sido proposto até então. A partir de agora, o conhecimento se dava com base no formalismo matemático, porém, sustentado por estruturas matemáticas lógicas. *“Enfatizava-se o uso preciso da linguagem matemática, o rigor e as justificativas das transformações algébricas através das propriedades estruturais”* (FIORENTINI, 1995, p. 14). Contudo, ainda se mantinha a preocupação com as relações professor-aluno, o que fazia com que se continuassem as mudanças no ensino-aprendizado.

Quando se trata da tendência tecnicista, remete-se a um ensino que se preocupa mais com a memorização do que com o aprendizado. Esse método capacita o aluno para as resoluções de problemas-padrão e exercícios, explorando formulações e construções de modelos matemáticos, mas sem nenhuma justificativa ou dedução. Nessa tendência, nem aluno nem professor são focos do aprendizado, mas sim os recursos e técnicas que garantem a execução de um problema.

A formação do aluno com uma maior preocupação no processo do que no resultado final da aprendizagem é foco da tendência construtivista, que substitui a prática mecânica por uma que se estrutura em um pensamento lógico-matemático: *“[...] o importante não é aprender isto ou aquilo, mas sim aprender a aprender e desenvolver o pensamento lógico-formal”*. (FIORENTINI, 1995, p.21).

A tendência sociocultural surge no intuito de justificar o fracasso no ensino da matemática. Seu objetivo era ligar o conhecimento do aluno a sua realidade, para que existisse uma relação direta na construção do pensamento formal. Como didática adotada nesse processo de ensino, foi enfatizado o trabalho com resolução de problemas e abordagens investigativas.

[...] o conhecimento matemático deixa de ser visto, como faziam as tendências formalistas, como conhecimento pronto, acabado e isolado do mundo. Ao contrário, passa a ser visto como um saber prático relativo, não-universal e dinâmico. (FIORENTINI, 1995, p. 26).

A construção do conhecimento matemático está diretamente ligada à prática adotada pelo professor, que deve estimular o conhecimento, conduzindo o aluno a pensar, a descobrir novidades que mudem o seu próprio meio, e à postura adotada pela escola.

Considerando todo processo de aquisição do conhecimento, partimos das memorizações e aplicações de técnicas ao conhecimento construído pelo aluno – do professor como detentor do conhecimento ao professor facilitador da aprendizagem; do aluno unicamente receptivo ao aluno que discute, cria e aplica o que se aprende.

O processo de ensinar matemática vai muito além do domínio de conteúdo pelo professor; ele depende de todo um planejamento bem estruturado que alcance, se não todos, a maioria do seu público-alvo. Em sala de aula, por exemplo, esse planejamento exige uma série de fatores que sejam favoráveis ao aprendizado dos alunos. A criatividade e o seu empenho nesse processo são fatores indispensáveis para se obter um resultado satisfatório.

As estratégias criadas pelo profissional devem buscar um bem comum. Entre elas devem se encontrar situações que gerem discussões produtivas sobre determinado conteúdo; discussões que conduzam ao conhecimento, à aprendizagem. Devem encontrar problemas mais complexos do que aqueles que os alunos estão habituados a resolver, mas que tenham ligação direta com o seu dia a dia, para que encontrem fundamento no objeto estudado.

Segundo Lucchesi:

Uma oficina se caracteriza por colocar o aluno diante de uma situação-problema cuja abordagem o leve a construir o seu conhecimento. É desejável que a situação desencadeadora seja suficientemente rica e aberta de maneira que o próprio grupo-classe possa levantar inúmeros problemas cuja resolução permita abordar, no sentido amplo, os conteúdos que se deseja estudar. (CARVALHO, D. L., 1994, p. 24).

Como tudo na matemática, principalmente o que é novo, é preciso que tenha fundamento, que se saiba de onde veio e para que serve, quando usar e por que usar certos artifícios.

A linguagem matemática é um bom exemplo disso. Toda a estrutura simbólica do conteúdo precisa ser bem trabalhada, só que de maneira produtiva, lógica. Outro exemplo é o cálculo mental, que, sendo bem trabalhado, na faixa etária ideal e fundamentado numa técnica já de domínio de todos, é uma arma aliada do professor e um espaço importante no currículo de um aluno no caminhar matemático.

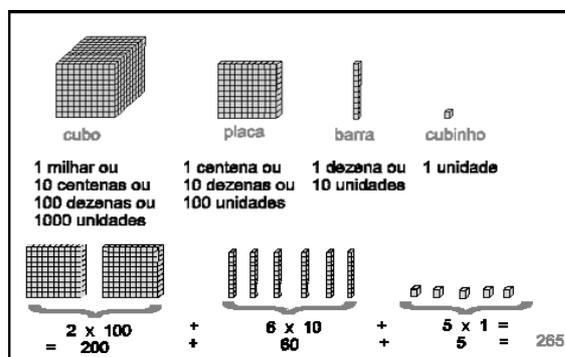
Todo o conhecimento matemático adquirido no processo de escolarização deve, sem dúvida, ser bem estruturado desde as séries iniciais do fundamental.

Como alternativa didática para crianças deficientes com essa faixa etária, Maria Montessori (1870-1952), devido a sua formação médica e sua opção em trabalhar com esse público, criou o conhecido material dourado, no intuito de estimular as tarefas diárias e exercitar atividades motoras. O sucesso dessa proposta foi tão rápido, que, logo em seguida, esse recurso foi introduzido às crianças ditas “normais” e usado em muitas séries de ensino.

O material das contas douradas, como era inicialmente conhecido, auxilia o ensino e a aprendizagem do sistema de numeração decimal posicional e dos métodos para efetuar os algoritmos fundamentais.

As operações são feitas no material concreto, o que facilita a compreensão e torna o aprendizado mais agradável.

FIGURA 1 – Material Dourado



Dentre os diversos recursos didáticos utilizados pelos professores, um dos mais importantes e mais explorados são os jogos. O jogo desperta no aluno a capacidade de entender e respeitar regras, criar estratégias, além de desenvolver o raciocínio lógico e despertar o gosto pela disciplina de maneira natural, sem imposições.

No jogo, mediante a articulação entre o conhecido e o imaginado, desenvolve-se o autoconhecimento — até onde se pode chegar — e o conhecimento dos outros — o que se pode esperar e em que circunstâncias. (PCN, 1997, p. 66).

Assim como toda atividade, os jogos devem ter relação direta com o conteúdo trabalhado — e, claro, com objetivos criteriosamente estruturados —, estar no nível da turma, além de ser tão bem preparado ou melhor do que uma atividade fixativa habitual. Deve ser algo desafiador, que estimule o aluno a participar.

Além da aprendizagem, o jogo proporciona ao aluno o trabalho em equipe e a cooperação, uma vez que a maioria dessas atividades é realizada em duplas ou grupos.

Para o professor, os jogos são recursos que apontam com facilidade os alunos com maior dificuldade, os conteúdos melhor absorvidos e os pontos que ainda precisam ser mais ricamente trabalhados. Além disso, é a oportunidade do professor para vincular toda a teoria da sala de aula com a prática.

Os recursos tecnológicos também entram como alternativa didática ao professor. A calculadora se enquadra nas diversas tecnologias disponíveis em favor da didática matemática. Além dela, hoje temos vários *softwares* específicos de diversas áreas do conhecimento matemático. Eles permitem, desde a praticidade e a rapidez na realização de cálculos extensos, à interpretação crítica de resultados, a percepção de regularidades e de conceitos como os de número (inteiro,

decimal, racional, irracional...), sucessão, série, médias, arredondamentos e aproximações, etc., por exemplo, até a construção dos mais diversos tipos de gráficos.

Todas essas tecnologias são aliadas do professor, uma vez que a absorção do conteúdo, interpretação dos detalhes e ainda a discussão dos mesmos enriquecem o aprendizado. Porém, devem ser usadas, ou pelo menos deveriam, quando o aluno já domina o conteúdo proposto. Isso impede o “comodismo” desse aluno ao aprender o que foi proposto e não atrapalha o raciocínio necessário a desenvolver:

O computador pode ser usado como elemento de apoio para o ensino (banco de dados, elementos visuais), mas também como fonte de aprendizagem e como ferramenta para o desenvolvimento de habilidades. O trabalho com o computador pode ensinar o aluno a aprender com seus erros e a aprender junto com seus colegas, trocando suas produções e comparando-as. (PCN, 1997, p. 35).

Ainda é importante ressaltar a contextualização matemática como recurso didático. Vista como peça chave na construção do conhecimento matemático, a contextualização tem papel importante na caminhada de um aluno. A partir dela, é possível a interação de grande parte dos conteúdos trabalhados em sala de aula com a rotina dos alunos.

A contextualização, associada à interdisciplinaridade, é tida como a esperança da revolução no ensino. Para o PCN, a contextualização tem como característica fundamental o relacionamento direto do conteúdo com o aluno, uma vez que, ao trabalhá-lo de forma contextualizada, o aluno sai da postura de expectador passivo e passa a interagir com o meio posto em discussão, podendo ser sujeito no contexto estudado.

O aprendizado é adquirido de maneira mais eficaz quando se conhecem as origens do que foi tomado como objeto de estudo. Essa contextualização nos dá base para discutirmos um dos mais importantes recursos metodológicos abordados em sala de aula: a resolução de problemas.

*“Um problema matemático é uma situação que demanda a realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado. Ou seja, a solução não está disponível de início, mas é possível construí-la.”* (PCN, 1998, p.41).

Já que o desempenho em atividades que não dependem da compreensão do seu enunciado é relativamente melhor, o grande déficit da maioria dos alunos nesse tipo de atividade vem justamente da dificuldade absurda em interpretar textos.

O papel do professor, ao abordar essa técnica de resolução, é criar situações interessantes que despertem a curiosidade e a vontade de se chegar a uma resposta. E, claro, explorar as diversas formas de resolução apresentadas pelos alunos e discuti-las para que todos tomem conhecimento delas, enriquecendo, assim, o processo de aprendizado.

[...] não existe “aula” de resolução de problemas e sim situações de ensino onde, a partir de pesquisa sobre problemas emergentes ou de propostas problematizadoras, é elaborado o conhecimento matemático, e essa elaboração suscita novos problemas.” (CARVALHO, D. L., 1994, p. 82).

Esse tipo de trabalho deve ser iniciado logo nos primeiros anos da escolarização dos alunos, para que se crie o envolvimento desses com a linguagem matemática e se habituem a resolver situações-problema. Contudo, mais tarde, esses alunos se sentirão capazes de entender, criar e criticar estratégias mais elaboradas, que sejam pertinentes às séries de escolarização mais avançadas e que exigem mais desses alunos.

Polya aponta algumas vantagens em usar a resolução de problemas como recurso metodológico:

Uma grande descoberta resolve um grande problema, mas há sempre uma pitada de descoberta na resolução de qualquer problema. O problema pode ser modesto, mas se ele desafiar a curiosidade e puser em jogo as faculdades inventivas, quem o resolver por seus próprios meios, experimentará a tensão e gozará o triunfo da descoberta. Experiências tais, numa idade susceptível, poderão gerar o gosto pelo trabalho mental e deixar, por toda a vida, a sua marca na mente e no caráter. (POLYA, 1995, p. 5).

Despertar o gosto pela resolução de problemas não é tarefa fácil, já que obstáculos, como os erros, são constantes nesse processo, o que desestimula qualquer aluno com um pouco mais de dificuldade.

O aluno aprende adaptando-se às dificuldades e desequilíbrios. Essa adaptação resulta em respostas que, por sua vez, são reflexos da aprendizagem.

Diante de toda a discussão apresentada sobre a construção do pensamento matemático e as ferramentas que temos em mãos para esse trabalho, acreditamos ser a resolução de problemas o pilar de todo desenvolvimento matemático.

Apresentamos, a seguir, uma discussão sobre problemas ligados a curiosidades matemáticas, com o intuito de proporcionar uma empatia do educando pela disciplina, motivando-o para sua aprendizagem.

## 2 RESULTADOS

Até então, esta pesquisa teve como propósito situar, no tempo e na história, toda a prática do ensino da matemática. Além disso, enumerou as diversas mudanças que aconteceram nas políticas educativas na tentativa de melhorar o ensino da matemática no Brasil e, ainda, quis mostrar e discutir diferentes metodologias de ensino adotadas como recurso didático para alcançar os

objetivos da aprendizagem de uma sala de aula, tornando o processo de ensino-aprendizagem menos cansativo, técnico e abstrato – e, com isso, proporcionando ao aluno uma melhor absorção dos conteúdos básicos por ele adquiridos.

A partir de agora, é apresentado um comparativo entre algumas coleções de livros didáticos e as avaliações de Olimpíadas de Matemática analisadas, na abordagem de questões envolvendo curiosidades sobre o conteúdo a serem aplicadas em sala de aula no intuito de alcançar o mesmo objetivo já citado anteriormente: auxiliar o aprendizado e/ou despertar o gosto pela disciplina.

Para Borin (2004, p. 9), a utilização de um recurso como esse nas aulas de matemática “*é a possibilidade de diminuir bloqueios apresentados por muitos de nossos alunos que temem a Matemática e sentem-se incapacitados para aprendê-la*”.

Dentre as coleções analisadas, estão:

- Tudo é Matemática, de Luiz Roberto Dante;
- Matemática, de Edwaldo Bianchini;
- Matemática, de Antônio Lopes Bigode.

O objetivo dessa análise foi verificar se os autores de livros didáticos exploram esse tipo de atividade e se exploram como elas são abordadas.

Além das coleções, apresentamos aqui os resultados da análise de algumas avaliações de Olimpíadas de Matemática, tanto das Olimpíadas Brasileiras de Matemática (OBM), quanto das Olimpíadas Brasileiras de Matemática das escolas Públicas (OBMEP), primeira e segunda fases, dos níveis 1 e 2 (correspondentes às séries finais do Ensino Fundamental), desde 2009 até o ano em questão, uma vez que essas provas são exemplos concretos de documentos que trazem questões envolvendo algum tipo de curiosidade.

## 2.1 Análise dos livros didáticos

A primeira coleção analisada foi *Tudo é Matemática*, de Luiz Roberto Dante, para as séries finais do ensino fundamental (5<sup>a</sup> a 8<sup>a</sup> série). A obra contempla todos os conteúdos de Matemática para esse nível de ensino, distribuídos em cinco eixos temáticos: Números e Operações, Espaço e Forma, Álgebra e Tratamento de dados. A obra é apresentada em quatro volumes – um para cada série –, e esses volumes são fragmentados em capítulos que, intercalados, apresentam todo o conteúdo pertinente a sua série, organizados em subtemas.

Cada capítulo é introduzido com uma situação-problema ou atividade que contextualize o assunto a ser trabalhado. Ao longo da obra, são apresentadas pequenas seções que trazem

curiosidades relacionadas ao conteúdo, desafios e sugestões de atividades para verificação da aprendizagem como revisão. O encerramento dos capítulos se faz com a seção *Ler, Pensar e Divertir-se*, que traz um texto com curiosidades ou histórias sobre o conteúdo, um desafio e uma atividade recreativa. Ao final de cada volume, encontram-se as repostas dos exercícios, um glossário e sugestões de leituras complementares.

A obra foi aprovada pelo Ministério da Educação (MEC) – por meio do Guia dos Livros didáticos – PNLD de 2008.

De acordo com a avaliação da obra, a utilização dessa coleção em sala de aula requer um bom planejamento.

As atividades propostas requerem, com frequência, a utilização de materiais didáticos: papel quadriculado, régua, compasso, esquadro, calculadora, embalagens, entre outros. No seu planejamento pedagógico, o professor precisa prever o uso desses recursos. (PNLD, 2007, p. 67)

Ao quantificar as atividades que relacionam qualquer tipo de curiosidade nesta obra, chegamos ao seguinte resultado:

Tabela 1 - Coleção 1

Ano	Quantidade
5ª série	14
6ª série	10
7ª série	9
8ª série	6
Total:	39

Fonte: Tudo é Matemática. DANTE, Luiz Roberto. 2005

Por meio dos resultados obtidos, percebe-se uma concentração maior de atividades nesse formato nas primeiras séries desse ciclo. No volume referente à 5ª série, é onde encontramos a maioria delas.

FIGURA 2 – Atividade

**Pensar**

Você consegue escrever todos os números naturais de 1 a 15 usando quatro algarismos 4 e as operações: adição, subtração, multiplicação, divisão e raiz quadrada?

Alguns números já estão escritos:

$$1 = \frac{44}{44} \quad 2 = \frac{4 \cdot 4}{4 + 4} \quad 3 = \frac{4 + 4 + 4}{4} \quad 11 = \frac{44}{\sqrt{4} \cdot \sqrt{4}}$$

<sup>4</sup>FONTE: (DANTE, L. R. – 6ª série, 2005, p. 78).

A segunda coleção analisada foi *Matemática*, de Edwaldo Bianchini, destinada também às séries finais do ensino fundamental. Essa obra já se apresenta com uma nova formatação: 6º ao 9º ano.

Cada volume é dividido em capítulos que, aleatoriamente, contemplam todos os eixos da matemática. A apresentação dos capítulos é feita com vários recursos, como textos ou situações ou imagens do dia a dia, histórias da matemática, etc.

No decorrer dos capítulos, são apresentadas atividades de aplicação, exploração e de aprofundamento, organizadas segundo o nível de dificuldade: *Exercícios Propostos* e *Exercícios Complementares*. E ainda, são encontradas seções que trazem curiosidades, histórias e atividades diversificadas para complementar o aprendizado: *Para saber mais...*, *Pense mais um pouco* e *Diversificando*. Ao final de cada volume, são apresentadas as respostas dos exercícios complementares.

A coleção foi aprovada pelo MEC – por meio do Guia dos Livros didáticos – PNLD de 2011. Sobre a utilização dessa obra em sala de aula, o PNLD (2011) diz:

Como é grande a quantidade de assuntos e de exercícios tratados na coleção, será conveniente que o professor selecione os prioritários para serem estudados no tempo escolar disponível (...). As seções (...) proporcionam momentos de ampliação do conhecimento pelo uso de algumas aplicações ou de aprofundamentos de tópicos do capítulo. (PNLD, 2010, p. 40).

Ao quantificar as atividades relacionadas a qualquer curiosidade do conteúdo, chegamos ao seguinte resultado:

Tabela 2 - Coleção 2

<i>Ano</i>	<i>Quantidade</i>
6º ano	5
7º ano	3
8ºano	3
9º ano	1
Total:	12

Fonte: Matemática. BIANCHINI, Edwaldo. 2006

<sup>4</sup>DANTE, Luiz Roberto. Tudo é Matemática: ensino fundamental. 6ª série. São Paulo: Ática, 2005.

Nessa coleção, a quantidade de atividades com a característica observada é mais reduzida, e ainda se mantém a mesma particularidade da coleção anterior: a maior quantidade dessas atividades é encontrada no volume referente ao 6º ano.

FIGURA 3 – Atividade



<sup>5</sup> FONTE: (BIANCHINI, E. – 8º ano, 2006, p. 198).

A terceira coleção analisada foi Matemática, de Antônio Lopes Bigode, também dividida em quatro volumes (do 6º ao 9º ano do ensino fundamental).

Cada volume foi dividido em capítulos que abrangem todo o conteúdo específico para cada etapa do ensino. Os capítulos desses volumes são introduzidos com um texto ou imagem que fazem referência ao assunto a ser tratado

Ao longo do capítulo, são apresentadas seções que estimulam a leitura, a pesquisa, curiosidades e discussão dos assuntos apresentados no decorrer da seção. *Para conhecer mais, Vamos Pesquisar, Na Rede e Trocando Ideias* são algumas dessas sessões.

Ao final de cada volume, são encontradas as respostas dos exercícios. E, no manual do professor, há um apoio ao trabalho do professor com textos sugestivos e propostas didáticas para a sala de aula.

<sup>5</sup>BIANCHINI, Edwaldo. Matemática: ensino fundamental 8º ano. São Paulo: Moderna, 2006.

A coleção em questão tem aprovação do MEC – por meio do Guia dos Livros didáticos – PNLD de 2014, ou seja, é uma coleção que ainda será trabalhada. Segundo o PNLD (2014), sobre a adoção dessa coleção em sala de aula:

A coleção adota a metodologia de incentivar o aluno a realizar a construção dos conceitos. Com isso, é preciso que o professor fique atento ao momento certo de realizar as sistematizações necessárias. Ao longo da coleção os temas são retomados, sempre com ampliação e aprofundamento das discussões, tanto do ponto de vista conceitual quanto das aplicações à resolução de problemas reais. Isso implica a necessidade de não esgotar completamente os temas de uma única vez, o que demanda certa vigilância por parte do professor. (PNLD, 2013, p. 87).

A análise desta coleção resultou nos seguintes números:

Tabela 3 - Coleção 3

<i>Ano</i>	<i>Quantidade</i>
<b>6º ano</b>	5
<b>7º ano</b>	3
<b>8º ano</b>	10
<b>9º ano</b>	8
<b>Total:</b>	<b>26</b>

Fonte: Matemática. BIGODE, Antônio Lopes. 2012.

Nesta obra, a quantidade de atividades de aplicação que se relacionam a alguma curiosidade matemática é inferior às curiosidades da história de um conteúdo ou da própria matemática em si, mas todos os textos que relatam essas curiosidades enriquecem a abordagem do conteúdo.

A maior concentração de atividades no padrão analisado é encontrada no volume referente ao 8º ano, mas muitas delas são repetitivas, o que ajudam a fixar alguma regularidade observada.

FIGURA 4 – Atividade

**Pirâmides mágicas**

Agora, vamos conhecer mais um tipo de desafio curioso que, ao ser explorado, ajuda a desenvolver o raciocínio e a destreza matemática. O nome desse desafio é pirâmide mágica. Observe atentamente as três pirâmides a seguir.

Percebeu algum padrão? Então, explique como essas pirâmides funcionam.

<sup>6</sup>FONTE: (BIGODE, A. L. – 8º ano, 2012, p. 11).

## 2.2 Análise das avaliações das Olimpíadas de Matemática

As Olimpíadas de Matemática são avaliações externas realizadas desde 1979 e destinadas a alunos desde o 6º ano do ensino fundamental até os universitários, em nível de graduação.

Essas avaliações criam uma competição entre os alunos no intuito de interferir diretamente no ensino tradicional da matemática. Além do enfoque didático, ao estimular professores e alunos no trabalho com a matemática em si, essas avaliações têm por objetivo descobrir alunos com um talento matemático diferenciado e proporcionar a esses alunos uma formação de alto nível, em contato com matemáticos profissionais e alunos com o mesmo talento.

A competição acontece em três níveis, um para alunos de 6º e 7º ano (nível I), outro para alunos de 8º e 9º ano (nível II), e um terceiro para alunos de Ensino Médio (nível III), além do nível universitário. A maioria dessas provas acontece em duas ou três fases de seleção.

Existe uma premiação para os melhores alunos nessas avaliações. São menções honrosas, medalhas e bolsas de estudo; além disso, dentre os alunos destaques são escolhidos representantes para disputar avaliações internacionais.

A OBM é uma iniciativa do Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada (IMPA) e da Sociedade Brasileira de Matemática (SBM). Em 2014, a OBM terá sua 36ª edição. Mais recentemente, foi criada a OBMEP, organizada pelo Ministério da Ciência e Tecnologia (MCT), em parceria com o MEC, e com o apoio do IMPA e da SBM. Em 2014, as OBMEP completam 10 anos de existência.

A análise feita aqui, como já dito no início deste capítulo, tem como objetivo quantificar, em algumas provas, questões que abordem as curiosidades do conteúdo.

A análise trouxe os seguintes resultados:

Tabela 4: Olimpíadas de Matemática (1ª fase)

OBM		QNT.	OBMEP		QNT.
2013	Nível 1	-	2013	Nível 1	1
	Nível 2	3		Nível 2	2
2012	Nível 1	1	2012	Nível 1	1
	Nível 2	1		Nível 2	1
2011	Nível 1	-	2011	Nível 1	-
	Nível 2	-		Nível 2	-
2010	Nível 1	-	2010	Nível 1	2
	Nível 2	-		Nível 2	1
2009	Nível 1	1	2009	Nível 1	-

Tabela 5: Olimpíadas de Matemática (2ª fase)

OBM		QNT.	OBMEP		QNT.
2013	Nível 1	-	2013	Nível 1	1
	Nível 2	-		Nível 2	1
2012	Nível 1	-	2012	Nível 1	-
	Nível 2	1		Nível 2	-
2011	Nível 1	2	2011	Nível 1	2
	Nível 2	-		Nível 2	2
2010	Nível 1	-	2010	Nível 1	2
	Nível 2	1		Nível 2	-
2009	Nível 1	1	2009	Nível 1	1

<sup>6</sup>BIGODE, Antônio Lopes. Matemática, ensino fundamental (4v. de 6º ano a 9º ano). São Paulo: Scipione, 2012.

Observando os resultados, fica fácil perceber que existe um balanceamento na concentração dessas atividades na primeira e na segunda fase dessas avaliações. As OBMEP têm uma maior quantidade de questões na sua segunda fase. Essa etapa da avaliação traz questões discursivas com problemas de análise, cálculos e observações.

FIGURA 5 – Atividade

2. Renata montou uma sequência de triângulos com palitos de fósforo, seguindo o padrão indicado na figura. Quantos palitos ela vai usar para construir o quinto triângulo da sequência?

A) 36  
B) 39  
C) 42  
D) 45  
E) 48

<sup>7</sup>(FONTE: OBMEP: 1ª fase. Nível 1, 2012).

### 3 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Diante das dificuldades no processo de ensino-aprendizagem – não só em matemática –, o papel do professor ganha uma importância incomensurável, uma vez que dependerá dele todo o desenrolar desse processo e, conseqüentemente, o sucesso do mesmo.

Para que aconteçam mudanças, é preciso que o professor esteja disposto a inovar, a buscar alternativas que conquistem o interesse do aluno, e acreditamos que isso pode acontecer adotando algumas curiosidades matemáticas como parte de sua aula, pois, a partir desse momento, ele ensina a matemática, muitas vezes, de maneira informal, quebrando o tabu de que essa disciplina é um “bicho de sete cabeças”.

<sup>7</sup>IMPA. VIII Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas – Enunciados e Soluções, 2012. Disponível em: <<http://www.obmep.org.br/provas.htm>>. Acesso em 20 out. 2013 às 00:00h.

Ao adotar uma postura dinâmica aliada a uma estratégia eficaz, o professor passa a ter alunos mais interessados e, aos poucos, consegue a atenção daqueles que, até então, não simpatizavam com a disciplina ou tinham algum bloqueio com ela.

Para que tudo isso aconteça, um bom planejamento ao elaborar uma aula e o cuidado de explorar cada curiosidade são quesitos de extrema importância que devem também ser preocupação do professor.

Contudo, é possível se estabelecer um comparativo de como o conhecimento matemático era adquirido e quais são, hoje, as tendências para se alcançar um melhor resultado no processo de ensino-aprendizagem.

É importante ressaltar que a alternativa didática apresentada nesta pesquisa é apenas uma das diversas que estão à disposição do professor; basta que ele saiba adotar e explorar a que mais se adequa às necessidades de sua realidade.

## REFERÊNCIAS

BIANCHINI, Edwaldo. **Matemática: ensino fundamental** (4v. de 6º ao 9º ano). São Paulo: Moderna, 2006.

BIGODE, Antônio Lopes. **Matemática: ensino fundamental** (4v. de 6º ano 9º ano). São Paulo: Scipione, 2012.

BORIN, Júlia. **Jogos e resolução de problemas: uma estratégia para as aulas de Matemática**. 5ª Ed. São Paulo: CAEM-IME-USP, 2004.

BOYER, Carl B. **História da Matemática**. São Paulo, 1996.

BRASIL. Ministério da Educação. **Guia de Livros Didáticos. PNLD 2008 – Matemática**. (Anos Finais do Ensino Fundamental) – Brasília : MEC, 2007.

\_\_\_\_\_. Ministério da Educação. **Guia de Livros Didáticos. PNLD 2011 – Matemática**. (Anos Finais do Ensino Fundamental) – Brasília : MEC, 2010.

\_\_\_\_\_. Ministério da Educação. **Guia de Livros Didáticos. PNLD 2014 – Matemática**. (Anos Finais do Ensino Fundamental) – Brasília : MEC, 2013.

\_\_\_\_\_. Secretaria da Educação de Minas Gerais. **Currículo Básico Comum**. Belo Horizonte, SEE-MG, 2007.

\_\_\_\_\_. Secretaria da Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília, MEC/SEF, 1997.

CARVALHO, Dione Lucchesi de. **Metodologia do Ensino da Matemática**. 2ª ed. rev. São Paulo, 1994.

DANTE, Luiz Roberto. **Tudo é Matemática**: ensino fundamental (4 v. de 5ª a 8ª séries). São Paulo: Ática, 2005.

DUARTE, Estefânia Fátima. **Construção do conhecimento Matemático: Um Desafio da Escola Contemporânea**. 2004. Disponível em: <[http://graduacao.fael.edu.br/file.php/328/Material\\_do\\_Curso/Aula\\_02/aula\\_2\\_Material\\_ComplementarConstrucao\\_d\\_o\\_conhecimento\\_Matematico.pdf](http://graduacao.fael.edu.br/file.php/328/Material_do_Curso/Aula_02/aula_2_Material_ComplementarConstrucao_d_o_conhecimento_Matematico.pdf)>. Acesso em 04 out. 2013, às 22: 40h.

FIorentini, Dario. **Alguns Modos e ver e conceber o ensino da matemática no Brasil**. In: Zetetiké, ano 3, nº. 4, 1995. Disponível em: <<http://www.fae.unicamp.br/revista/index.php/zetetike/article/view/2561/2305>>. Acesso em 3 out. 2013 às 22:14h.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

SANGIORGI, Osvaldo. **Introdução da Matemática Moderna no Ensino Secundário**. In: G.E.E.M-GRUPO DE ESTUDOS DO ENSINO DA MATEMÁTICA – São Paulo. *Matemática Moderna para o Ensino Secundário*. 2ª ed. São Paulo: L.P.M. Editora, 1965.